

Der Hysteresissprung bei der Induktionsmaschine

Unger, Franz

Veröffentlicht in:
Abhandlungen der Braunschweigischen
Wissenschaftlichen Gesellschaft Band 3, 1951,
S. 265-280



Friedr. Vieweg & Sohn, Braunschweig

Der Hysteresissprung bei der Induktionsmaschine

Von Franz Unger

Mit 6 Abbildungen

Abstract: It is shown that the eddy currents in the rotor of an induction machine produce a torque proportional to the slip according to the general relations between torque, electrical rotor power and mechanical power. This torque can be dealt with in the same way as the torque of the rotor currents, the same torque producing flux being influencing both. Conditions are quite different for the rotor hysteresis, the rotor hysteresis torque being constant and only reversing its sign in synchronism. This power jump, the hysteresis jump, means an alteration of the direction of energy flow through the air gap of the induction machine without load. It was found that the ratio of the total rotor iron losses to air gap power of the eddy currents and hysteresis is equal to the slip, in analogy to the well known relations between slip, electrical rotor power and air gap power of a loaded induction machine. In a table and several figures the conditions are illustrated as a function of slip.

It is shown how the circle diagram must be altered as a result of the reflexions. The diameter of the circle remains constant but direction and size of no load current in synchronism will be altered. The eddy currents of the rotor alter the short circuit point and the power line while the hysteresis torque causes a parallel shift of the torque line (to the bottom in case of subsynchronism, and to the top in case of hypersynchronism) whereby the bearing friction loss may be included. The mechanical useful power of the motor or the driving power of the generator respectively is found by the diagram and simple calculation.

Die Erscheinung, daß sich im Leerlauf einer Induktionsmaschine die aufgenommene elektrische Leistung beim Durchgang durch den Synchronismus sprunghaft ändert und die unter dem Namen „Hysteresesprung“ bekannt ist, wird bekanntlich mit den Eigenschaften der Hysterese erklärt. Da die bisherigen Untersuchungen und Erklärungen dieses Vorganges ziemlich lückenhaft und zum Teil sogar mißverständlich sind, soll in nachfolgendem versucht werden, in einfacher Weise eine Erklärung und rechnerische Behandlung dieses Problems zu finden.

I. Allgemeines

Im Jahre 1901 erschien in der Elektrotechnischen Zeitschrift ein Aufsatz von Benischke über die Trennung der Verluste in der Induktionsmaschine¹⁾, der im Jahrgang 1903 dieser Zeitschrift einen umfangreichen Briefwechsel zwischen Benischke, O. S. Bragstad und J. L. la Cour auslöste²⁾. Im Verlaufe dieses Streites teilte Ph. Lehmann, Oerlikon-Zürich, mit, daß er bei leerlaufenden, fremd angetriebenen Induktionsmaschinen beim Durchgang durch den Synchronismus stets einen plötzlichen Rückgang in der elektrischen Leistungsaufnahme des Ständers festgestellt habe, und führte diese Erscheinung auf die Eigenschaften der magnetischen Läuferhysterese zurück³⁾. Er brachte dann auch ein Bild, das diesen Leistungssprung deutlich zeigte⁴⁾.

Später versuchte Zipp in einem größeren Aufsatz die Umkehrung des Hysteresedrehmomentes im Synchronismus zu erklären und bewies auch, daß die Wirbelströme im Läuferisen ebenfalls einen Anteil an dieser Erscheinung haben⁵⁾. Er schlägt auch vor, diese Erscheinung für die Trennung der Verluste heranzuziehen. Die Ursache des Hysteresesprunges, d.h. der Umkehr des Hysterese momentes im Synchronismus, wurde schon von Ph. Lehmann in der plötzlichen Änderung des Hysterese winkels erkannt. Bekanntlich eilt ja unter Synchronismus im Läuferisen die MMK dem magnetischen Fluß oder, anders ausgedrückt, der Drehfeldvektor dem Drehflußvektor um den Hysterese winkel vor, während über Synchronismus der Drehflußvektor dem Läuferdrehfeldvektor um denselben Winkel vorausschneilt. Arnold und la Cour versuchten eine ähnliche Erklärung⁶⁾. Th. Lehmann beweist 1910 in einem Aufsatz in der ETZ, daß das Hysterese moment unabhängig von der Drehzahl konstant ist⁷⁾. Richter behandelt in seinem Buche „Elektrische Maschinen“ ebenfalls den Hysteresesprung und bringt ein Kurvenblatt, das die Leistungen und Verluste bei offenem Läuferkreis darstellt⁸⁾. Er behauptet dort auch, man könne die Eisenverlustleistung des Läufers zur Luftspaltleistung zuschlagen, bleibt aber den Beweis schuldig.

Trotz der umfangreichen Literatur fehlt bisher eine einheitliche Darstellung, die auf der Theorie der Induktionsmaschine fußt und die vor allem den Unterschied in der Wirkung der Hysterese- und Wirbelstromverluste sowie die Frage nach der Natur der Luftspaltleistung klärt, die durch die Läuferisenverluste bedingt ist.

2. Leerlaufleistung

Wird eine Schleifring-Induktionsmaschine mit offener Läuferwicklung ständerseitig an ein Drehstromnetz angelegt und der Läufer fremd angetrieben, so deckt sie ihre Verluste sowohl aus dem Drehstromnetz als auch aus der Antriebsmaschine über die Welle. Bei untersynchronem Lauf nimmt der Ständer eine elektrische Leistung auf, die zum Teil die Ständerverluste (Stromwärmeverluste des Leerlaufstromes und Ständereisenverluste einschließlich Zusatzverluste) deckt, zum Teil als Luftspaltleistung auf den Läufer übergeht. Im Synchronismus ändert diese Luftspaltleistung ihr Vorzeichen, so daß über Synchronismus Luftspaltleistung vom Läufer auf den Ständer übergeht, d.h. ein Teil der Ständerverluste von der Antriebsmaschine über die Welle gedeckt werden muß. Man erkennt die Ähnlichkeit mit der belasteten Maschine, bei der die Luftspaltleistung im Synchronismus, also beim Übergang vom Motor- zum Generatorbetrieb, ebenfalls ihre Richtung umkehrt.

In meinem Büchlein „Induktionsmaschinen“⁹⁾ ist in der dortigen Gleichung (21) das Drehmoment M abgeleitet. Diese Gleichung kann man unter Zusammenfassung eines großen Teiles der Konstanten in eine Konstante k in folgender Weise schreiben:

$$M = \frac{k}{9,81} \cdot I_2 \Phi \cos \varphi_2 \quad (\text{mkg}), \quad (1)$$

worin I_2 den Läuferstrom, φ_2 den Winkel zwischen Läufer-EMK und Läuferstrom und Φ den magnetischen Drehfluß bedeuten.

In-Gleichung (24) des Büchleins ist die elektrische Läuferleistung N_2 abgeleitet. Man kann sie vereinfacht in der Form schreiben:

$$N_2 = \frac{\pi \cdot n_1}{30} \cdot k \cdot I_2 \Phi \cdot s \cdot \cos \varphi_2 \quad (\text{Watt}), \quad (2)$$

wobei n_1 die Synchrondrehzahl, k dieselbe Konstante wie beim Drehmoment und s den Schlupf bedeuten. Vergleicht man mit Gleichung (1), so kann man diese Leistung auch durch das Drehmoment ausdrücken und erhält:

$$N_2 = 9,81 \cdot \frac{\pi n_1}{30} \cdot M \cdot s \quad (\text{Watt}). \quad (3)$$

Die mechanische Leistung N_m , die sich aus Drehmoment mal Winkelgeschwindigkeit ergibt, läßt sich nach Gleichung (25) des Büchleins darstellen in der Formel:

$$N_m = \frac{\pi n_1}{30} \cdot k \cdot i_2 \Phi (1 - s) \cos \varphi_2 \quad (\text{Watt}). \quad (4)$$

Mit Gleichung (1) verglichen kann man dann auch schreiben:

$$N_m = 9,81 \cdot \frac{\pi n_1}{30} \cdot M \cdot (1 - s) \quad (\text{Watt}). \quad (5)$$

Sowohl die elektrische als auch die mechanische Läuferleistung werden auf elektromagnetischem Wege vom Ständer auf den Läufer als Luftspaltleistung N_s übertragen. Man kann somit die Luftspaltleistung als Summe von N_2 und N_m darstellen und erhält:

$$N_s = 9,81 \cdot \frac{\pi n_1}{30} \cdot M \quad (\text{Watt}). \quad (6)$$

Diese Beziehungen sind aufgestellt ohne Berücksichtigung der Eisenverluste des Läufers.

Die Läuferisenverluste bestehen aus Wirbelstrom-, Hysteres- und Zusatzverlusten. Die Läuferwirbelstromverluste können genau nach den Gleichungen (1) bis (6) behandelt werden, denn die Übertragung durch den Luftspalt ist die gleiche, die Läuferwirbelströme entstehen wie die Belastungsströme des Läufers und geben wie diese mit dem Drehfluß ein Drehmoment. Die Luftspaltleistung bei der leerlaufenden Induktionsmaschine besteht aber nicht nur aus der Wirbelstromleistung, sondern auch aus der Hysteresleistung, zu der noch ein Teil der mechanischen Leistung (Reibungs- und Zusatzverluste) hinzukommen kann. Gegenüber Gleichung (6) muß also der Begriff der Luftspaltleistung erweitert werden. Bei konstanter Ständerspannung bleibt der Drehfluß Φ konstant und unabhängig von der Drehzahl. Er kann also in die Konstante mit einbezogen werden, wodurch sich in weiterer Folge die Gleichungen vereinfachen.

3. Wirbelstromleistung

Der Läuferstrom I_2 läßt sich stets darstellen als das Verhältnis der EMK E_2 des Läufers zum Läuferwiderstand R_2 . Die EMK E_2 ist proportional dem Schlupf mal der Synchrondrehzahl. Man kann also auch schreiben:

$$I_2 = \frac{E_2}{R_2} = A \cdot s, \quad (7)$$

wo A eine Konstante ist, die auch n_1 enthält. Bezeichnet man das Drehmoment der Wirbelströme mit M_w , überlegt, daß es proportional ist dem Produkt $I_2 \Phi$ und daß Φ konstant ist, und setzt den Ausdruck von Gleichung (7) in die Gleichung für das Drehmoment ein, so erhält man:

$$M_w = B \cdot s, \quad (8)$$

worin B ebenfalls eine Konstante bedeutet.

Die mechanische Leistung der Wirbelströme N_{mw} erhält man dann:

$$N_{mw} = 9,81 \cdot \frac{\pi n_1}{30} \cdot M_w (1 - s) = a \cdot s (1 - s), \quad (9)$$

wo a eine Konstante ist, die auch n_1^2 enthält.

Ein Teil der auf den Läufer übertragenen Wirbelstromleistung wird im Läuferisen in Wärme umgesetzt. Diese Wirbelstromwärme entspricht der elektrischen Läuferleistung bei Belastung, sie sei mit N_{2w} bezeichnet. Man erhält analog zu Gleichung (3) den Ausdruck:

$$N_{2w} = 9,81 \cdot \frac{\pi n_1}{30} \cdot M_w \cdot s = a \cdot s^2. \quad (10)$$

Die Summe aus Wirbelstromwärme und mechanischer Wirbelstromleistung ergibt die Wirbelstromluftspaltleistung $N_{\delta w}$. Man kann somit schreiben:

$$N_{\delta w} = N_{mw} + N_{2w} = a \cdot s. \quad (11)$$

Die Luftspaltleistung der Wirbelströme ist ebenso wie ihr Drehmoment proportional dem Schlupf.

4. Hystereseleistung

Wie schon in der Einleitung erwähnt, ist das Hysteresemoment des Läufers M_h konstant. Man kann es wie ein Reibungsmoment betrachten. Setzt man einen konstanten Reibungswinkel voraus und denkt sich zwei reibende Flächen relativ zueinander bewegt, so bleibt, konstanten Anpressungsdruck vorausgesetzt, die Reibungskraft unabhängig von der relativen Geschwindigkeit konstant, solange die Relativbewegung in einer Richtung stattfindet. Kehrt die Relativbewegung ihre Richtung um, so ändert die Reibungskraft ebenfalls ihr Vorzeichen, bleibt aber wieder konstant. Das gleiche Verhalten kann man am Hysteresemoment beobachten. Bei untersynchronem Lauf eilt im Läuferisen der Drehfeldvektor dem Drehflußvektor vor: das Hysteresemoment wirkt antreibend auf den Läufer (positiver Hysteresewinkel), bei übersynchronem Lauf eilt im Läuferisen der Drehfeldvektor dem Drehflußvektor nach: das Hysteresemoment wirkt bremsend auf den Läufer (negativer Hysteresewinkel). Daher ändert im Synchronismus das Hysteresemoment sein Vorzeichen, es wird über Synchronismus negativ. Man muß also schreiben:

$$M_h = \pm C, \quad (12)$$

wo C eine Konstante ist. Das Pluszeichen gilt für Untersynchronismus, das Minuszeichen für Übersynchronismus. Die mechanische Leistung der Hysteresese N_{mh} läßt sich darstellen als:

$$N_{mh} = 9,81 \cdot \frac{\pi n_1}{30} \cdot M_h (1 - s). \quad (13)$$

Faßt man alle Konstanten in eine Konstante b zusammen, so erhält man:

$$N_{mh} = \pm b(1 - s), \quad (14)$$

wo wieder das Pluszeichen für Unter-, das Minuszeichen für Übersynchronismus gilt.

Der magnetische Drehfluß läuft mit Synchrondrehzahl n_1 im Luftspalt um. Ist die Drehzahl des Läufers n , so ist die Relativedrehzahl n_2 zwischen Drehfluß und Läufer:

$$n_2 = n_1 - n = n_1 \cdot s. \quad (15)$$

Dieser Relativedrehzahl entspricht die Läuferfrequenz f_2 , sie ist:

$$f_2 = \frac{p n_2}{60} = \frac{p n_1}{60} \cdot s. \quad (16)$$

Mit dieser Frequenz wird das Läuferisen ummagnetisiert. Die Ummagnetisierungsarbeit ist bekanntlich proportional der Fläche der Hystereseschleife. Als mechanische Arbeit kann man sie durch das Produkt aus Umfangskraft und Weg, also Drehmoment mal Winkel darstellen. Die Hystereseleistung ist dann also das Produkt aus Hysterese moment und relativer Winkelgeschwindigkeit zwischen Drehfluß und Läuferisen. Diese relative Winkelgeschwindigkeit ω_2 erhält man unter Zuhilfenahme von Gleichung (16) zu:

$$\omega_2 = \frac{\pi n_1}{30} \cdot s. \quad (17)$$

Man erhält somit die Ummagnetisierungsleistung N_{2h} als das Produkt aus Hysterese moment und Winkelgeschwindigkeit der Ummagnetisierung:

$$N_{2h} = 9,81 \cdot \frac{\pi n_1}{30} \cdot M_h \cdot s = \pm b \cdot s. \quad (18)$$

Diese Ummagnetisierungsleistung setzt sich im Läuferisen in Wärme um, sie ist die Hysterese wärme des Läufers.

Die Hysterese luftspaltleistung $N_{\delta h}$ ist die Summe aus mechanischer Hystereseleistung und Hysterese wärme. Man erhält somit:

$$N_{\delta h} = N_{mh} + N_{2h} = \pm b. \quad (19)$$

Hier bedeutet das Vorzeichen die Richtung der Energieflutung. Das Pluszeichen (Untersynchronismus) bedeutet, daß die Hysterese luftspaltleistung vom Ständer nach dem Läufer flutet, das negative Vorzeichen (Übersynchronismus) bedeutet die Umkehrung der Flutungsrichtung: die Hysterese luftspaltleistung flutet bei Übersynchronismus vom Läufer nach dem Ständer.

Vergleicht man die Gleichungen (14), (18) und (19) mit den Gleichungen (9), (10) und (11), so erkennt man einen grundsätzlichen Unterschied. Die Wirbelstromleistungen verhalten sich zu den Hystereseleistungen wie der Schlupf. Für die Drehmomente gilt dasselbe: während das Wirbelstrommoment dem Schlupf proportional ist, bleibt das Hysterese moment konstant.

5. Gesamte Luftspaltleistung

Die gesamte Luftspaltleistung $N_{\delta(h+w)}$ ergibt sich als die Summe von Wirbelstrom- und Hysterese luftspaltleistung. Man erhält somit:

$$N_{\delta(h+w)} = N_{\delta w} + N_{\delta h} = a \cdot s \pm b. \quad (20)$$

Dies ist die Gleichung einer Geraden in Abhängigkeit vom Schlupf, wobei das positive Vorzeichen wieder für Unter-, das negative für Übersynchronismus gilt. Der Ursprung der Geraden liegt beim Schlupf Null für Untersynchronismus in der Ordinate $+b$, für Übersynchronismus in der Ordinate $-b$. Das gesamte, durch Wirbelströme und Hysterese bedingte Drehmoment ist natürlich die Summe aus Wirbelstrom- und Hysterese moment, so daß man schreiben kann:

$$M_{(h+w)} = M_w + M_h = B \cdot s \pm C, \quad (21)$$

also wieder die Gleichung einer Geraden.

Die gesamten Wärmeverluste im Läufer $N_{2(h+w)}$ erhält man als die Summe von Hysterese- und Wirbelstromwärme:

$$N_{2(h+w)} = N_{2w} + N_{2h} = (a \cdot s \pm b)s. \quad (22)$$

Ebenso erhält man die gesamte mechanische Leistung $N_{m(h+w)}$ als Summe aus der mechanischen Leistung der Wirbelströme und der der Hysterese:

$$N_{m(h+w)} = N_{mw} + N_{mh} = (a \cdot s \pm b)(1 - s). \quad (23)$$

Vergleicht man die Gleichungen (20) und (22), so kann man schreiben:

$$\frac{N_{2(h+w)}}{N_{s(h+w)}} = \frac{N_{2w} + N_{2h}}{N_{sw} + N_{sh}} = s. \quad (24)$$

In Worten ausgedrückt heißt das:

Das Verhältnis der Läuferisenwärme zur Läuferisen-Luftspaltleistung ist gleich dem Schlupf.

Es ist also zulässig, die altbekannte Beziehung zwischen Schlupf, elektrischer Läuferleistung und Luftspaltleistung, wonach der Schlupf gleich dem Verhältnis der elektrischen Läuferleistung zur Luftspaltleistung ist, auch auf die Hysterese- und Wirbelstromverluste im Läufer auszudehnen.

Mit Hilfe der abgeleiteten Gleichungen kann man für jede Drehzahl bzw. jeden Schlupf die einzelnen Drehmomente und Leistungen berechnen. Das Vorzeichen gibt dabei stets an, aus welcher Richtung die betreffende Leistung kommt: stets bedeutet das positive Vorzeichen eine vom Ständer nach dem Läufer flutende Luftspaltleistung, während das negative Vorzeichen Energieflutung vom Läufer nach dem Ständer bedeutet. Demnach werden alle Leistungen der Wirbelströme und Hysterese, seien sie nun Wärmeverluste oder mechanische Leistungen, bei positivem Vorzeichen der Luftspaltleistung vom Netz aus, bei negativem Vorzeichen von der Welle her gedeckt.

6. Elektrische Ständerleistung

Im Ständer entstehen Leistungsverluste N_{v1} durch den Leerlaufstrom und die Ummagnetisierung. Bei konstanter Netzspannung und -frequenz bleibt der Fluß Φ im Leerlauf konstant, somit auch der ihn erregende Magnetisierungsstrom. Da der Drehfluß mit konstanter Winkelgeschwindigkeit umläuft, sind die Eisenverluste, die durch die Ummagnetisierung des Ständer Eisens infolge dieses Flußumlaufes entstehen, konstant, soweit es sich um Wirbelstrom- und Hystereseverluste handelt. Dreht sich der Läufer, so entstehen Zuspulsations- und sonstige Zusatzverluste, deren Frequenz nicht gleich ist der Netzfrequenz, sondern von der Läuferdrehzahl abhängt. Nimmt man auch diese Verluste als unabhängig von der Läuferdrehzahl an, so kann

man sagen, daß die Ständerverlustleistung N_{v1} unabhängig vom Schlupf konstant bleibt. Die aus dem Netz aufgenommene elektrische Leistung N_1 ergibt sich dann als die Summe aus Ständerverlustleistung und Luftspaltleistung, also:

$$N_1 = N_{v1} + N_{\delta(h+w)}. \quad (25)$$

Besonders zu achten ist stets auf das Vorzeichen von $N_{\delta(h+w)}$.

7. Mechanische Läuferleistung

Liegt der Ständer nicht an einer Drehspannung, ist die Induktionsmaschine also unerregt, und treibt man den Läufer mechanisch an, so wird die gesamte mechanische Leistung in Lager- und Luftreibung verbraucht. Sieht man von der Luftreibung ab bzw. nimmt man ihr Drehmoment als unabhängig von der Drehzahl konstant an, und nimmt man an, daß der Reibungswinkel, wie das bei Wälzlagern annähernd zutrifft, unabhängig von der Drehzahl ist, so erhält man ein konstantes Drehmoment der Reibung M_r , unabhängig von der Drehzahl bzw. vom Schlupf. Die Reibungsleistung wird dann proportional zur Drehzahl bzw. zum abnehmenden Schlupf wachsen. Man kann also schreiben:

$$N_r = 9,81 \cdot \frac{\pi n_1}{30} \cdot M_r (1-s), \quad (26)$$

wenn man mit N_r die Reibungsleistung bezeichnet. Das bedeutet ein geradliniges Ansteigen der Reibungsleistung von Null bei Stillstand angefangen über einen bestimmten Wert bei Synchronismus usw. Erregt man jetzt den Ständer, indem man die Ständerwicklung an Spannung legt, so überlagern sich über die Reibungsverluste die Wirbelstrom- und Hystereseverluste des Läufers. Bei untersynchronem Lauf wird ein Teil des Reibungsmomentes durch die antreibend wirkenden Drehmomente der Wirbelströme und Hysteresese gedeckt, die dem Läufer zugeführte mechanische Leistung wird also bei erregtem Ständer kleiner sein als bei unerregtem. Bei übersynchronem Lauf kehren sich die Verhältnisse um, weil jetzt bei erregtem Ständer Wirbelstrom- und Hysteresemoment ebenso wie das Reibungsmoment bremsend wirken. Die dem Läufer zugeführte mechanische Leistung muß also über Synchronismus um den Betrag der mechanischen Wirbelstrom- und Hystereseleistung größer sein als die Reibungsleistung. Von der mechanischen Wirbelstrom- und Hystereseleistung wird ein Teil im Läufer in Wärme umgesetzt, der andere Teil geht als Luftspaltleistung auf den Ständer über und deckt einen Teil der Ständerverluste. Bezeichnet man die mechanische Läuferleistung mit N_{ml} , so muß man sie als die Differenz aus Reibungsleistung N_r und mechanischer Wirbelstrom- und Hystereseleistung $N_{m(h+w)}$ bezeichnen, man schreibt also:

$$N_{ml} = N_r - N_{m(h+w)}. \quad (27)$$

8. Darstellung der Ergebnisse

In der folgenden Tafel sind die einzelnen Leistungsgrößen für den Schlupfbereich von $+1$ über 0 bis -1 , also vom Stillstand bis zum doppelten Synchronismus zusammengestellt worden. Es bedeuten darin a die Wirbelstromwärme, b die Hysteresewärme in Watt bei Stillstand.

Tabelle. Läufer-Wirbelstrom- und -Hystereseleistungen in Abhängigkeit vom Schlupf

$s =$	1	0,75	0,5	0,25	0	-0,25	-0,5	-0,75	-1
$1 - s =$	0	0,25	0,5	0,75	1	1,25	1,5	1,75	2
$s(1 - s) =$	0	0,1875	0,25	0,1875	0	-0,3125	-0,75	-1,3125	-2
$s^2 =$	1	0,5625	0,25	0,0625	0	0,0625	0,25	0,5625	1
$N_{mw} =$	0	0,1875a	0,25a	0,1875a	0	-0,3125a	-0,75a	-1,3125a	-2a
$N_{2w} =$	a	0,5625a	0,25a	0,0625a	0	0,0625a	0,25a	0,5625a	a
$N_{\delta w} =$	a	0,75a	0,5a	0,25a	0	-0,25a	-0,5a	-0,75a	-a
$N_{mh} =$	0	0,25b	0,5b	0,75b	$\pm b$	-1,25b	-1,5b	-1,75b	-2b
$N_{2h} =$	b	0,75b	0,5b	0,25b	0	0,25b	0,5b	0,75b	b
$N_{\delta h} =$	b	b	b	b	$\pm b$	-b	-b	-b	-b
$N_{m(h+w)} =$	0	0,1875a + + 0,25b	0,25a + + 0,5b	0,1875a + + 0,75b	$\pm b$	-(0,3125a + + 1,25b)	-(0,75a + + 1,5b)	-(1,3125a + + 1,75b)	-2(a+b)
$N_{2(h+w)} =$	a + b	0,5625a + + 0,75b	0,25a + 0,5b +	0,0625a + 0,25b	0	0,0625a + + 0,25b	0,25a + + 0,5b	0,5625a + + 0,75b	a + b
$N_{\delta(h+w)} =$	a + b	0,75a + b	0,5a + b	0,25a + b	$\pm b$	-(0,25a + b)	-(0,5a + b)	-(0,75a + b)	-(a + b)

Die Leistungsgrößen sind für eine Induktionsmaschine durchgerechnet worden, deren Ständerverlustleistung N_{st} 180 Watt (unabhängig von der Drehzahl) ist. Die Läuferwirbelstromwärme a beträgt bei Stillstand 50 Watt, die Läuferhysteresewärme b beträgt bei Stillstand 30 Watt. Die gesamte Reibungsleistung bei Synchronismus beträgt 70 Watt, wobei der Reibungswinkel konstant vorausgesetzt ist (Wälzlager, gekapselte Maschine). Die Ergebnisse der Berechnungen für den Schlupf 1, 0,75, 0,5, 0,25, 0, -0,25, -0,5, -0,75 und -1 sind in den Abb. 1 bis 5 dargestellt.

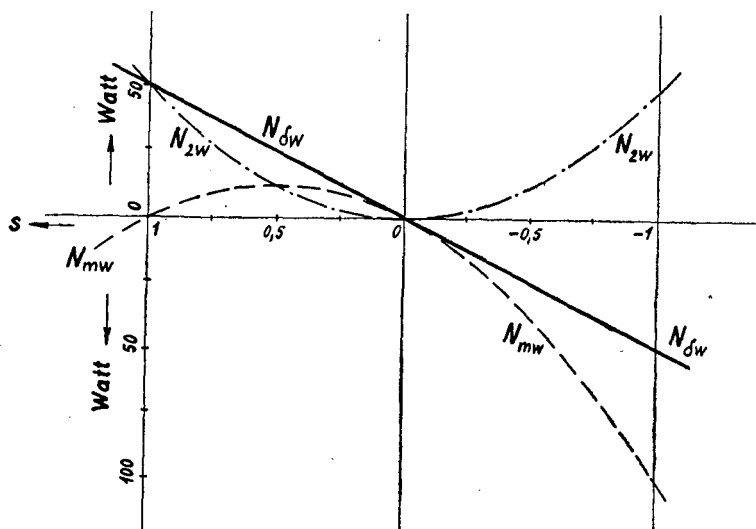


Abb. 1. Wirbelstromwärme, mechanische Wirbelstromleistung und Wirbelstromluftspaltleistung in Schlupfabhängigkeit

Abb.1 stellt Wirbelstromwärme, mechanische Wirbelstromleistung und Wirbelstromluftspaltleistung in Abhängigkeit vom Schlupf dar. Sowohl N_{2w} als auch N_{mw} ist eine parabolische Funktion des Schlupfes. Interessant ist, daß trotz des parabolischen Charakters ihrer Komponenten $N_{δw}$ eine geradlinige Funktion des Schlupfes ist. Bei Synchronismus ist $N_{δw}$ natürlich Null.

In Abb.2 sind Läuferhysteresewärme, mechanische Hystereseleistung und Hystereseluftspaltleistung in Abhängigkeit vom Schlupf aufgetragen. Die Hystereseluftspaltleistung $N_{δh}$ ist entsprechend dem konstanten Hysteresedrehmoment M_h eine Konstante (30 Watt). Sie ist unterhalb Synchronismus positiv und springt im Synchronismus in den gleichen negativen Wert (-30 Watt) um. Unter Synchronismus flutet sie vom Ständer nach dem Läufer, über Synchronismus vom Läufer nach dem Ständer. Die Hysteresewärme bleibt natürlich immer positiv. Bei Stillstand ist N_{2h} (30 Watt) der Luftspaltleistung $N_{δh}$ gleich, nimmt geradlinig mit abnehmendem Schlupf ab, wird bei Synchronismus Null, um über Synchronismus wieder geradlinig anzusteigen. Im Gegensatz dazu ist die mechanische Hystereseleistung N_{mh} bei Stillstand Null, steigt mit zunehmendem Schlupf an, springt im Synchronismus von ihrem größten positiven Wert (30 Watt) auf einen ebenso großen negativen

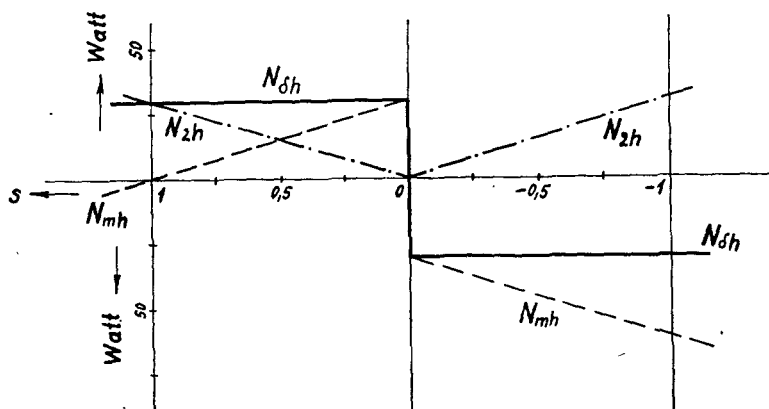


Abb. 2. Läuferhysteresiswärme, mechanische Hysteresisleistung und Hysteresisluftpaltleistung in Abhängigkeit vom Schlupf

(—30 Watt), um dann weiter geradlinig im negativen Bereich anzusteigen. Man erkennt, daß über Synchronismus die mechanische Läuferleistung die mechanische Hysteresisleistung, die sowohl die Hysteresewärme als auch die Hystereseluftpaltleistung enthält, aufbringen muß.

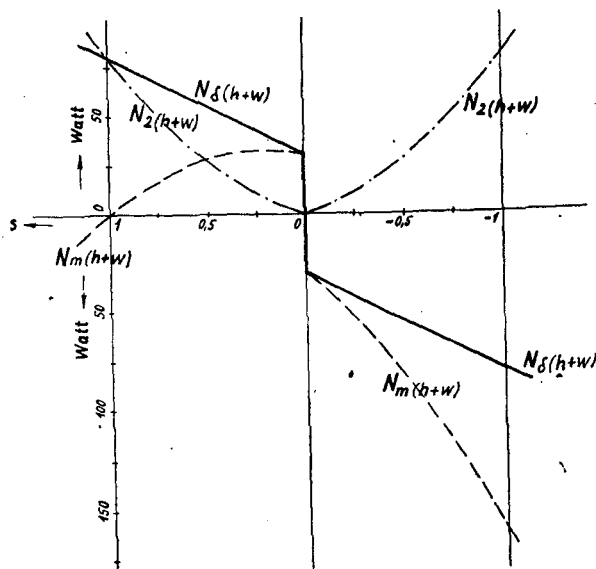


Abb. 3. Schlupfabhängigkeit der Hysteresis- und Wirbelstromleistung sowie ihrer Summe

In Abb. 3 sind die Hysteresis- und Wirbelstromleistungen zusammengefaßt. Die Läuferwärme $N_{2(h+w)}$ nimmt mit zunehmender Drehzahl ab, um bei Synchronismus Null zu werden. Über Synchronismus nimmt $N_{2(h+w)}$ wieder zu, um bei doppeltem Synchronismus denselben Wert zu erreichen (80 Watt) wie bei Stillstand. Die mechanische Läuferwirbelstrom- und Hystereseleistung ist bei Stillstand Null, steigt dann nach einer Kurve bis zu einem Höchstwert (32 Watt) bei einem bestimmten Schlupf (0,2), fällt bei Synchronismus etwas ab (30 Watt), springt auf den gleich großen negativen Wert (—30 Watt), um dann weiterhin im negativen Bereich anzusteigen. Eine einfache Rechnung ergibt, daß der höchste positive Wert von $N_{m(h+w)}$ bei einem kritischen Schlupf auftreten muß, der sich ergibt als s_k :

$$s_k = 0,5 \left(1 - \frac{b}{a} \right). \quad (28)$$

Die Luftspaltleistung der Läuferwirbelströme und -hysteresese $N_{\delta(h+w)}$ nimmt geradlinig von Stillstand (80 Watt) bis Synchronismus (30 Watt) ab, springt dort auf den gleichen negativen Wert (—30 Watt) und steigt im negativen Bereich ständig geradlinig an. Man sieht in Abb.3, daß über Synchronismus die gesamte mechanische Wirbelstrom- und Hystereseleistung von der mechanischen Läuferleistung her, also über die Welle zugeführt werden muß, und

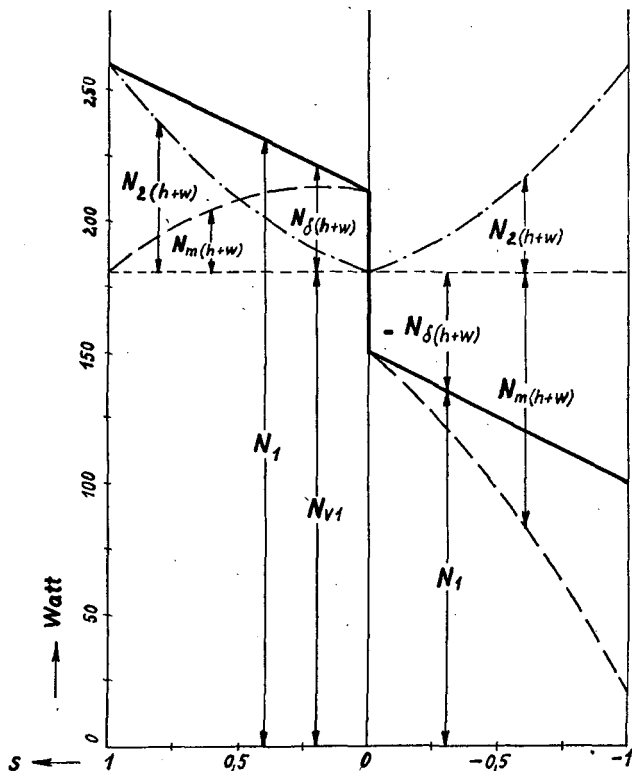


Abb. 4. Schlupfabhängigkeit der elektrischen Ständerleistung

daß nach Abzug der Läuferisenwärme noch die Wirbelstrom- und Hystereseluftspaltleistung übrigbleibt, die vom Läufer auf den Ständer übergeht und dort einen Teil der Ständerverluste deckt.

Um das Bild zu vervollständigen, muß man sich auch noch Rechenschaft geben über die genetischen Verhältnisse im Ständer und schließlich auch noch an der Läuferwelle. In Abb.4 ist für das gewählte Beispiel die Abhängigkeit der elektrischen Ständerleistung N_1 vom Schlupf dargestellt. Die Ständerverlustleistung N_{v1} bleibt bei jeder Drehzahl konstant (180 Watt). Ihr überlagert ist die Läuferluftspaltleistung $N_{\delta(h+w)}$, die, wie schon gezeigt, einen geradlinigen Verlauf hat und zuweilen unter Synchronismus im positiven Bereich, über Synchronismus im negativen Bereich, während sie im Synchronismus von einem positiven Wert (30 Watt) auf den gleich großen negativen (—30 Watt) springt. Die resultierende elektrische Ständerleistung N_1 sinkt

demzufolge von einem Wert (260 Watt) bei Stillstand geradlinig auf einen niedrigeren Wert (210 Watt) bei Synchronismus ab, springt dort um den doppelten Betrag der Hystereseluftspaltleistung (60 Watt) auf den niedrigeren Wert (150 Watt) zurück, um dann weiterhin mit zunehmendem negativen Schlupf geradlinig abzusinken. Eine weitere Steigerung des Übersynchronismus führt schließlich zu einer Energielieferung ins Netz, die allerdings mit außerordentlich hohen Wärmeverlusten im Läufer und einer unzulässig hohen Drehzahl verbunden, also praktisch nicht einmal versuchsmäßig durchführbar erscheint.

In Abb. 5 ist der Verlauf der über die Welle zugeführten mechanischen Läuferleistung N_{ml} in Abhängigkeit vom Schlupf dargestellt. Der Reibungsleistung N_r , die von Null bei Stillstand angefangen geradlinig mit der Drehzahl ($1 - s$) ansteigt (bei Synchronismus 70 Watt), überlagert sich die mechanische Hysteresel- und Wirbelstromleistung des Läufers $N_{m(h+w)}$, welche unter Synchronismus antreibend wirkt, also einen Teil der Reibungsleistung deckt oder, von der Welle aus betrachtet, die Welle entlastet. Im Synchronismus tritt ein Leistungssprung um den doppelten Betrag der Hystereseluftspaltleistung ein (60 Watt), und nunmehr muß die Welle mechanisch außer der Reibungsleistung auch die ganze mechanische Wirbelstrom- und Hystereseleistung liefern. Weil jetzt die Betrachtung von der Welle aus geschehen mußte, war es nötig, das Vorzeichen von $N_{m(h+w)}$ gegenüber Abb. 3 umzukehren, so daß diese Wirbelstrom- und Hystereseluftspaltleistung unsynchron negativ, übersynchron positiv in Abb. 5 eingeht.

Der Leistungssprung im Synchronismus geschieht stets um den doppelten Betrag der Hystereseluftspaltleistung, wie man in den Abbildungen erkennen kann. Die Erklärung dazu findet man in Abb. 1, die zeigt, daß die Wirbelstromluftspaltleistung zwar auch beim Übergang vom Unter- in den Übersynchronismus ihre Richtung umkehrt, daß sie aber im Synchronismus den Wert Null hat. Der Leistungssprung tritt nur in der Hystereseluftspaltleistung auf, man bezeichnet ihn also mit vollem Recht als Hysteresesprung.

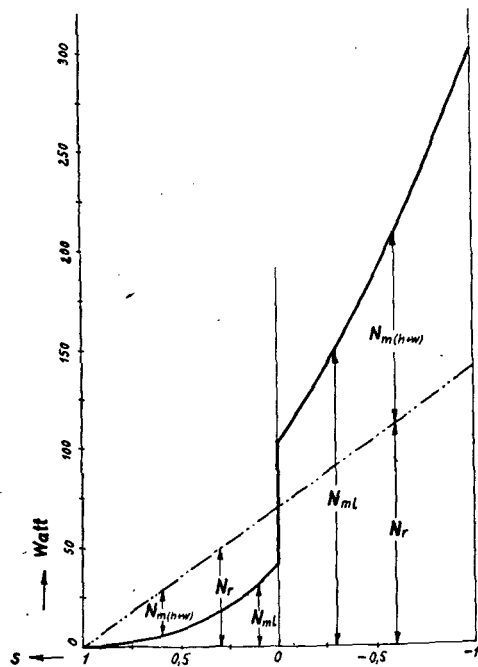


Abb. 5. Abhängigkeit der mechanischen Läuferleistung vom Schlupf

9. Berücksichtigung im Kreisdiagramm

Bekanntlich pflegt man die Eisenverluste im Kreisdiagramm dadurch zu berücksichtigen, daß man in der Verlängerung des Fahrstrahles des Magnetisierungsstromes eine Gerade zieht, die parallel zum Kreisdurchmesser (\overline{AB} in Abb.19 meines erwähnten Büchleins) und im Abstände des Verluststromvektors davon verläuft. Dabei ist vorausgesetzt, daß die Eisenverluste unabhängig von Belastung und Schlupf konstant bleiben. Als konstant kann man die Ständereisenverluste (siehe auch die Erläuterungen zu Abb.4) und

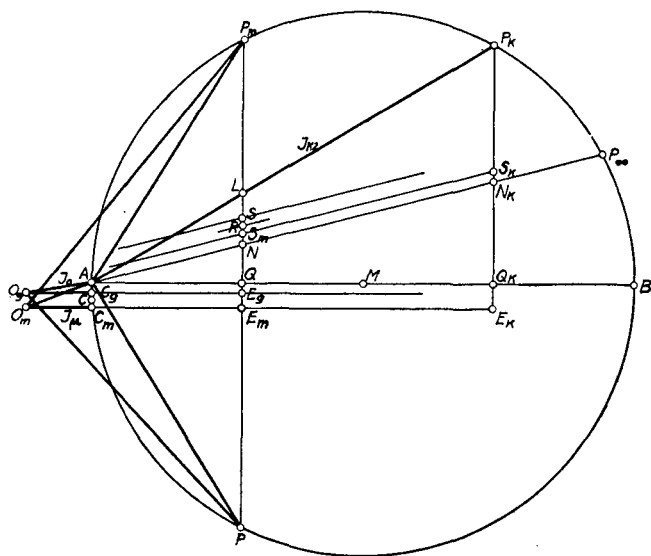


Abb. 6. Kreisdiagramm

die Luftspaltleistung der Läuferhysteresese setzen. Wegen des Hysteresesprunges muß jedoch der Eisenverluststrom I_e bei Untersynchronismus aus der Summe $\overline{AC} + \overline{CC_m}$, bei Übersynchronismus aus der Differenz $\overline{AC} - \overline{CC_g}$ von Ständereisenverlustleistung und Läuferhystereseluftspaltleistung errechnet werden. Die Luftspaltleistung der Läuferwirbelströme kann darin nicht enthalten sein, weil ihr bei jeder Drehzahl ein Läuferstrom, also ein Belastungsstrom entspricht, der wie alle Belastungsströme im Kreise selbst berücksichtigt werden muß.

In Abb.6 ist das Kreisdiagramm wiedergegeben. Um denselben Kreis für Unter- und Übersynchronismus benutzen zu können, muß der Punkt A festliegen. Da der Eisenverluststrom I_e bei Untersynchronismus ($\overline{C_m A}$) größer ist als bei Übersynchronismus ($\overline{C_g A}$), so legt man den Anfangspunkt des Leerlaufstromes I_0 bei Untersynchronismus nach O_m , bei Übersynchronismus nach O_g , so daß der Magnetisierungsstrom I_μ im ersten Falle als Strecke $\overline{O_m C_m}$, im zweiten Falle als $\overline{O_g C_g}$ erscheint. Die Verlängerung von I_μ parallel zu \overline{AB}

ist die „Eisenverlustgerade“. Der Leerlaufstrom I_0 ist bei Übersynchronismus etwas kleiner als bei Untersynchronismus. Bei Belastung der Maschine erhält man bei Untersynchronismus (Motor) einen Belastungspunkt P_m , einen Ständerstrom $\overline{O_m P_m}$ und einen Läuferstrom $\overline{A P_m}$, bei Übersynchronismus (Generator) einen Belastungspunkt P , einen Ständerstrom $\overline{O_g P}$ und einen Läuferstrom $\overline{A P}$. Da der Streublindwiderstand unverändert bleibt, liegt der Kreisdurchmesser \overline{AB} fest.

Die Luftspaltleistung der Läuferwirbelströme ist dem Schlupf proportional, sie ist also einfach eine Vergrößerung der Luftspaltleistung. Der Widerstand des Läufer Eisens ist ja dem Widerstand der Läuferwicklung parallel geschaltet. Es sei N_{2k} die Läuferkurzschlußleistung, N_w die Läuferwirbelstromwärme bei Stillstand, R_{2w} der resultierende Läuferwiderstand: $\frac{R_2 \cdot R_w}{R_2 + R_w}$, wo R_w den Läufer Eisenswiderstand, R_2 den Läuferwicklungswiderstand bedeuten, I_{2k} sei der Kurzschlußstrom in der Läuferwicklung, I_w der äquivalente Kurzschlußstrom im Läufer Eisen, X der Streublindwiderstand, R_1 der auf den Läuferkreis umgerechnete Widerstand der Ständerwicklung, dann kann man zwei Ansatzgleichungen aufstellen:

$$\frac{N_{2k} + N_w}{N_{2k}} = \frac{(I_{2k} + I_w)^2 \cdot R_{2w}}{I_{2k}^2 \cdot R_2}, \quad (29)$$

$$\frac{(I_{2k} + I_w)^2}{I_{2k}^2} = \frac{X^2 + (R_1 + R_2)^2}{X^2 + (R_1 + R_{2w})^2}. \quad (30)$$

Bezeichnet man $\frac{N_{2k} + N_w}{N_{2k}}$ mit g , $\frac{R_1}{X}$ mit h , $\frac{R_2}{R_1}$ mit k und $\frac{R_{2w}}{R_2}$ mit x , so ist $\frac{R_{2w}}{R_1} = k \cdot x$ und man kann aus den Gleichungen (29) und (30) folgende Beziehung herleiten:

$$g = \frac{1 + h^2 (1 + k)^2}{1 + h^2 (1 + k \cdot x)^2} \cdot x \quad (31)$$

und daraus die quadratische Gleichung:

$$x^2 + \frac{(2gk - k^2 - 1)h^2 - 1}{g \cdot h^2 \cdot k^2} \cdot x + \frac{1 + h^2}{h^2 \cdot k^2} = 0. \quad (32)$$

Anrechnungen mit ganz verschiedenen Werten ergaben, daß man mit großer Annäherung setzen darf:

$$x = \frac{R_{2w}}{R_2} = \frac{N_{2k}}{N_{2k} + N_w}. \quad (33)$$

Damit ist die Lage des Kurzschlußpunktes P_k und der Leistungsgeraden $\overline{AP_k}$ in Abb. 6 fest gegeben. P_k liegt unter Berücksichtigung der Wirbelströme im Läufer Eisen etwas niedriger als ohne diese Rechnung, weil R_{2w} etwas kleiner ist als R_2 . Die Lage von P_∞ bleibt natürlich unverändert.

Die Hystereseluftspaltleistung ist wie die Lagerreibung als Konstante unabhängig vom Schlupf. Während aber die Lagerreibung stets bremsend wirkt, ist das für das Hysteresemoment nur bei Übersynchronismus (Generatorbetrieb) der Fall, während es bei Untersynchronismus (Motorbetrieb) antreibend, also dem Lagerreibungsmoment entgegenwirkt. Daraus ergibt sich eine einfache Konstruktion. Man trage in Abb. 6 auf der Strecke $\overline{N P_m}$ (Dreh-

moment bzw. Luftspaltleistung) $\sim N_\delta$ das Lagerreibungsmoment als Strecke \overline{NR} nach oben auf. Von R aus trage man das Hysteresemoment (Hystereseluftspaltleistung) $M_h \sim N_{\delta h}$ als Strecke $\overline{RS_m}$ (Motor) nach unten bzw. \overline{RS} (Generator) nach oben auf. Dann stellt $\overline{P_m S_m}$ das Nutzdrehmoment $M_m \sim N_{\delta m}$ bei Motorbetrieb (untersynchron) und \overline{PS} das Antriebsdrehmoment $M_g \sim N_{\delta g}$ bei Generatorbetrieb (übersynchron) dar. Zieht man durch die Punkte S_m und S parallel zur Drehmomentgeraden $\overline{AP_\infty}$ je eine Gerade, so liegen für jeden Belastungspunkt P_x die Endpunkte S_x der Drehmomentabschnitte $\overline{P_x S_x}$ auf dieser Geraden. Die Strecke $\overline{P_k S_k}$ ist dann ein Maß für das Anlaßmoment des Motors. An Stelle der Drehmomentgeraden $\overline{AP_\infty}$ treten jetzt zwei parallele Drehmomentgerade, von denen die untere für das Nutzdrehmoment des Motors, die obere für das Antriebsmoment des Generators gilt. Die Eisenverluste (Verluststrom) werden bei Motorbetrieb durch die Strecke $\overline{C_m A} = \overline{E_m Q}$, bei Generatorbetrieb durch die Strecke $\overline{C_g A} = \overline{E_g Q}$ dargestellt. Man erhält somit die elektrische Ständerleistung im Motorbetrieb (Aufnahme) als $\overline{P_m E_m}$, im Generatorbetrieb (Abgabe) als $\overline{P_g E_g}$. Bei Stillstand ist die aufgenommene elektrische Leistung $\overline{P_k E_k}$.

Die mechanische Nutzleistung $N_{mm} \sim \overline{P_m L}$ des Motors bzw. die mechanische Antriebsleistung $N_{mg} \sim \overline{PL}$ des Generators erhält man in folgender Weise:

Die gesamte Luftspaltleistung des Motors $N_{\delta m}$ ist:

$$N_{\delta m} = N_\delta + N_{\delta h} - N_{\delta r}, \quad (34)$$

die gesamte Luftspaltleistung des Generators $N_{\delta g}$ ist:

$$N_{\delta g} = N_\delta + N_{\delta h} + N_{\delta r}. \quad (35)$$

Weiterhin gilt:

$$N_{mm} = N_m + N_{mh} - N_{mr} = N_m + (1 - s)(N_{\delta h} - N_{\delta r}) \quad (36)$$

und

$$N_{mg} = N_m + N_{mh} + N_{mr} = N_m + (1 - s)(N_{\delta h} + N_{\delta r}). \quad (37)$$

Es ist aber:

$$1 - s = \frac{N_m}{N_\delta}, \quad (38)$$

also:

$$N_{mm} = N \frac{N_m}{N_\delta} (N_\delta + N_{\delta h} - N_{\delta r}) = \frac{N_m}{N_\delta} \cdot N_{\delta m} \text{ (Motor)}, \quad (39)$$

$$N_{mg} = N \frac{N_m}{N_\delta} (N_\delta + N_{\delta h} + N_{\delta r}) = \frac{N_m}{N_\delta} \cdot N_{\delta g} \text{ (Generator)}. \quad (40)$$

In Abb.6 erhält man dementsprechend die Nutzleistung des Motors zu:

$$N_{mm} = \frac{\overline{P_m S_m}}{\overline{NP_m}} \cdot \overline{LP_m} \quad (41)$$

und die Antriebsleistung des Generators zu:

$$N_{mg} = \frac{\overline{PS}}{\overline{NP}} \cdot \overline{LP}. \quad (42)$$

Die mechanische Nutz- bzw. Antriebsleistung der Maschine kann also mit einfacher Rechenschiebereinstellung gefunden werden.

10. Zusammenfassung

An Hand der allgemeinen Beziehungen zwischen Drehmoment, elektrischer Läuferleistung und mechanischer Leistung der Induktionsmaschine wird zunächst gezeigt, daß die Wirbelströme im Läufer ein dem Schlupf proportionales Drehmoment hervorrufen, das genau so wie das Drehmoment der in der Läuferwicklung fließenden Läuferströme behandelt werden kann, weil ja auf beide derselbe Drehfluß einwirkt. Bei der Läuferhysterese sind die Verhältnisse grundsätzlich andere, weil das Läuferhysteresemoment konstant ist und nur im Synchronismus sein Vorzeichen wechselt. Dieser Leistungssprung, der Hysteresesprung, bedeutet bei der leer angetriebenen Induktionsmaschine eine Änderung in der Richtung der Energieflutung durch den Luftspalt. Es wurde gefunden, daß das Verhältnis der gesamten Läuferisenwärme zur Luftspaltleistung der Wirbelströme und Hysterese gleich ist dem Schlupf, analog zu der längst bekannten Beziehung zwischen Schlupf, elektrischer Läuferleistung und Luftspaltleistung bei der belasteten Induktionsmaschine. An Hand einer Tafel und mehrerer Bilder werden die Verhältnisse in Abhängigkeit vom Schlupf geschildert.

Auf Grund der gewonnenen Erkenntnisse wird gezeigt, wie das Kreisdiagramm umgestaltet werden muß. Der Kreisdurchmesser selbst bleibt unverändert, dagegen ändert sich Lage und Größe des Leerlaufstromes im Synchronismus. Durch den Einfluß der Läuferwirbelströme ändert sich die Lage des Kurzschlußpunktes und damit der Leistungsgeraden, während das Hysteresemoment eine Parallelverschiebung der Drehmomentgeraden (bei Untersynchronismus nach unten, bei Übersynchronismus nach oben) verursacht, wobei die Lagerreibung gleich mit berücksichtigt werden kann. Die mechanische Nutzleistung des Motors bzw. Antriebsleistung des Generators wird durch Abgriff und einfache Umrechnung gefunden.

II. Schrifttum

- 1) G. Benischke: ETZ. 1901, S. 698f.
- 2) O. S. Bragstad u. J. L. la Cour: ETZ. 1903, S. 34, 92, 174, 448, 577.
- 3) Ph. Lehmann (Oerlikon): ETZ. 1903, S. 507.
- 4) Ph. Lehmann (Oerlikon): ETZ. 1903, S. 734.
- 5) H. Zipp: EuM. 1908, S. 443f.
- 6) E. Arnold u. J. L. la Cour: Die Wechselstromtechnik, V. I. Die Induktionsmaschinen, Berlin, Jul. Springer 1909, S. 315f.
- 7) Th. Lehmann: ETZ. 1910, S. 1249f.
- 8) R. Richter: Elektrische Maschinen, IV. Die Induktionsmaschinen, Berlin, Jul. Springer 1936, S. 49f.
- 9) F. Unger: Induktionsmaschinen, Berlin, W. de Gruyter 1945, Smlg. Göschen, Bd. 1140, S. 27.